Introduction à la Loi Normale

Une loi "universelle"

La Loi Normale s'applique à tout une série de phénomènes. Elle est une loi de référence

La Loi Normale se définit par deux paramètres : m et σ :

- m est l'espérance (la moyenne de la loi)
- σ est son écart type

La forme de cette Loi est tout à fait caractéristique.

Quand on ne sait pas quelle Loi suit un phénomène, on peut supposer une Loi Normale.

Une série de phénomènes intedépebdants dont les effets se cumulent donnent une loi Normale.

N(0,1)

La loi Normale n'est pas simple à calculer. On utilise donc une table pour évaluer les probabilités de la Loi. On dispose d'une table pour la Loi Normale N(0,1) ou loi Normale de moyenne 0 et d'écart type 1 ou Loi Gaussienne.

1) Trouver une table de loi Normale sur Internet. Soit X une variable aléatoire . Supposons que X suive une Loi Normale N(0,1). Indiquer quelles sont les probabilités suivantes :

- p(X<0.5)
- p(X<0)
- p(X<1)
- p(X<6)

N(m,σ)

En pratique, ce n'est pas des lois N(0,1) que l'on rencontre, mais des lois N(m,σ), avec m≠0 et σ≠1. On a un résultat qui permet de nous ramener en tout état de cause à la Loi Normale centrée réduite,

on sait que si Y suit une Loi Normale N(m,σ), alors $X = \frac{Y - m}{\sigma}$ suit une loi N(0,1).

2) Soit Y qui suit une loi N(50,7), donner les probabilités suivantes :

- p(Y<57)
- p(Y<60)

Soit Z qui suit une loi N(120,100), donner les probabilités suivantes :

- p(Z<150)
- p(Y<220)

Propriétés complémentaires

On donne une propriété complémentaire sur la Loi Normale. Dans le cas où la Loi Normale utilisée est centrée sur 0, ie **dans le cas où elle a une moyenne de 0**, on peut utiliser la propriété suivante :

p(X<t)=p(X>-t)

3) Soit X qui suit une loi N(0,1), donner les probabilités suivantes :

- p(X>-2)
- p(X>-1)

Soit Z qui suit une loi N(120,100), donner les probabilités suivantes :

- p(Z>-70)
- p(Z>-56)

4) Comment pourrait-on déterminer la probabilité p(X>2), sachant que X suit une loi N(0,1) ? Donner cette probabilité. De la même manière, donner la probabilité p(Z>200) sachant que Z suit une loi N(120,100)

5) Avec les mêmes paramètres, quelle serait la probabilité p(-1<X<2) ? La probabilité p(-30<Z<100) ?

Applications complémentaires

http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/stages/terminales/2011_12/probabilites/03_exercices-loi-normale.pdf

Applications de la Loi Normale

6) A partir d’une recherche sur Internet, donner des exemples de processus / phénomènes qui suivent une Loi Normale.

7) On considère la série de données qui sont dans le classeur LoiNorm.xls. Il s'agit du nombre des interventions d'une équipe de maintenance dans une centrale nucléaire sur une journée. Cette donnée a été collectée au cours du premier semestre 2015. Compléter la distribution des données (plage F3 :F25). Ces valeurs forment-elles une Loi Normale ? Quelle serait sa moyenne, quelle serait son écart-type ? A partir des valeurs établies, déduire la probabilité qu’il y ait plus de 18 interventions pour un jour donné.

8) On propose les exercices sur cette page : http://wims.unice.fr/wims/fr_U1~proba~docloinorm.fr.html

Annexe 1 / Table de la Loi Normale

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7793	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8906	0,8925	0,8943	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986