TD : Interactions stratégiques

Dorat Rémi

1. Le paradoxe de Bertrand

On considère le modèle d'interaction stratégique de Bertrand. Deux offreurs interagissent sur un marché en adaptant leurs prix. On note p_1 le prix pratiqué par l'offreur 1, p_2 le prix pratiqué par l'offreur 2. La demande qui s'adresse au premier offreur est déterminée de la manière suivante :

- si $p_1 > p_2$ alors $D = 0$
- si $p_1 < p_2$ alors $D = 1 - p_1$
- si $p_1 = p_2$ alors $D = \frac{1 - p_1}{2}$

La demande s'adressant au deuxième offreur se détermine de manière absolument symétrique. Le coût de production de chaque unité est noté c. Dans cette situation, chaque offreur a intérêt à offrir à un prix très légèrement inférieur à celui de son adversaire : si il offre au dessus, son profit est nul, si il offre au même prix, ils partagent les profits : un offreur a donc intérêt à jouer le prix de son adversaire diminué de $\epsilon > 0$. Comme les deux offreurs font le même raisonnement et savent que l'adversaire fait le même raisonnement (rationalité totale), ils soumissionnent tous les deux à $p = c$. Pour le point où tous les deux jouent à $p = c$: si l'un des deux pratiquait un prix supérieur, toute la demande s'adresserait à son concurrent, par ailleurs il n'y a aucun intérêt à soumissionner en dessous de ce prix. Le cas où les deux offreurs adoptent le prix $p = c$ constitue l'équilibre de Nash du système et deux agents rationnels jouent ce prix.

Le paradoxe de Bertrand consiste dans le fait que les deux offreurs jouent $p = c$ à l'équilibre alors qu'ils pourraient parvenir à un profit substantiellement supérieur en se coordonnant et en jouant au coup de cartel.

La première étape du TD consiste à considérer le modèle sans supposer que les deux agents sont purement rationnels et à voir vers quelle issue ils vont converger en interagissant sur plusieurs générations. On veut substituer à l'hypothèse de comportements purement rationnels des hypothèses moins fortes sur le comportement des offreurs.

2. Description de la feuille et premiers tests

On utilise le classeur http://rdorat.free.fr/Enseignement/Excel/TDs/TD_InteractionsStrategiques.xlsx. Dans l'implémentation actuelle, les lignes 8 à 308 donnent les indications sur les différentes générations. Dans la colonne C, on indique le prix pratiqué par l'offreur 1, dans la colonne D, celui pratiqué par l'offreur 2. En C8 et D8 sont indiqués les prix initiaux pratiqués par les offreurs : ceux-ci sont décidés par l'utilisateur. Dans la colonne E (resp F), est calculé la demande qui s'adresse à l'offreur 1 (resp 2). Dans la colonne G (resp. H) est calculé le profit pour l'offreur 1 (resp. 2). A partir de la ligne 9 et pour les lignes suivantes, les colonnes C et D contiennent une fonction déterminant le prix pratiqué par l'offreur 1 ou 2 pour la génération correspondant à la ligne. La fonction de détermination d'un nouveau prix repose sur les informations de la génération précédente.

La première étape consiste à s'assurer de comprendre les fonctions introduites dans les différentes cases. On peut le faire à partir des lignes 8 et 9.

- **Quels sont les paramètres du modèle ? Où sont ils stockés ?**
- **Comment comprendre la fonction introduite en E8 ?**
- **Comment comprendre celles introduites en F8, G8, H8 ?**

Pour comprendre les fonctions introduites en C9 et D9, il faut d'abord constater qu'elles reposent sur l'utilisation d'une fonction imbriquée ALEA() : on doit d'abord aller voir l'aide sur cette fonction.

- **A partir de la valeur de cette fonction, que peut-on dire de la valeur ALEA()*$B$3 ? Et de la valeur ALEA()*$B$3-$B$3/2. Notamment, quelles valeurs peut prendre la fonction ALEA()*$B$3-$B$3/2 ?**
- **A partir du travail préliminaire sur la fonction ALEA(), comment comprendre les fonctions introduites en C9 et D9 ?**

En ayant compris les fonctions des cases C9 et D9, on voit comment les offreurs actualisent leurs prix d'offre au cours du temps, les cellules C et D qui suivent dans la colonne sont actualisées de la même manière. On constate sur le graphique que ce mode d'adaptation permet de converger vers l'équilibre théorique $p=c$, cependant, on arrive à ce résultat sans supposer la rationalité totale des agents. Ici les agents ne s'adaptent qu'en connaissant leur niveau de profit, celui de leur adversaire, leur prix et celui de l'adversaire.

- **Que se passe t'il si on change le niveau c des coût unitaires ?**
- **Y aurait il un intérêt à supposer que les agents ont des coûts différents ?**

On change le niveau de bruit : on le fait passer à 0.0001 avec un coût de 0.2.

- **Que constate t-on ? Faire en sorte que le graphique permette de nouveau d'illustrer la convergence.**

Enfin, on voudrait faire en sorte de trouver une ou des hypothèses sur les comportements des offreurs pour assurer la convergence vers $p=c$ sans supposer que chaque agent connaisse le profit obtenu par son adversaire.

- **Proposer et implémenter un ou des nouveaux modes d'actualisation de leur prix par les agents d'une génération sur l'autre. Que constate t-on ?**

3. Solution au paradoxe de Bertrand

A partir du modèle théorique décrit dans la partie 1-, des auteurs se sont interrogés sur la manière de résoudre le paradoxe de Bertrand en restant dans le cadre de la rationalité totale, soit de formuler des hypothèses sous lesquelles la convergence se fait vers un point différent de $p=c$ et pour lequel les offreurs obtiennent un profit supérieur. Plusieurs solutions ont été proposées au paradoxe de Bertrand dont notamment, la solution d'Edgeworth. Celle-ci consiste à dire que les individus ne peuvent pas répondre à toute la demande : leurs capacités de production sont limitées et donc, même si le prix du premier offreur est supérieur au prix du second, cela ne signifie pas que le second offreur va pouvoir satisfaire toute la demande qui s'adresse à lui : il reste une part de la demande pour le premier offreur. Par exemple, si $p_1 > p_2$ alors, la demande qui s'adresse à l'offreur 2 est $D(p_2)$, mais l'offreur 2 ne peut produire que M_2 , soit il capte une part $p = \frac{M_2}{D(p_2)}$ de la demande si M_2 est inférieur à $D(p_2)$ une part 1 sinon. Pour l'offreur 1, la demande qui lui est adressée est $(1-p)*D(p_1)$

- **Insérer une nouvelle feuille dans le classeur dans laquelle on affichera une interface semblable à celle de la première feuille mais pour laquelle on implémentera des contraintes de capacités : le calcul de la demande qui s'adresse à chaque agent change donc.**
- **Que constate t-on ? On est libre de conserver le même mode d'actualisation de leurs prix par les offreurs ou de les faire évoluer.**
- **Afficher le graphique de l'évolution des profits au cours du temps pour les deux offreurs.**

Considérons maintenant que les deux offreurs n'ont pas le même coût de production.

- **Dans ce cas, les résultats sont ils préservés si les coût de production diffèrent d'un offreur à l'autre ?**

4. Explorer le duopole de Cournot

On considère le modèle du duopole de Cournot. Ici les agents constatent le prix de marché et fixent les quantités qu'ils produisent. On note q_1 (resp q_2) la quantité produite par l'offreur 1 (resp 2). Le prix de marché est déterminé ainsi : $p = 1 - q_1 - q_2$.

De fait, le programme du premier offreur s'écrit : $\pi_1 = p(q_{1,} q_2) * q_1 - C_1(q_1)$

avec $1 - p = q_1 + q_2$ et $C1(q1) = \alpha_1 * q_1$ (le programme de l'offreur 2 étant absolument symétrique). En résolvant les programmes des deux producteur, on arrive à l'équilibre (q_1', q_2') :

$3 * q_2' = 1 + \alpha_1 - 2 * \alpha_2$ et $3 * q_1' = 1 + \alpha_2 - 2 * \alpha_1$

- **Implémenter l'interaction stratégique du duopole de Cournot sur plusieurs générations à l'instar de ce qui avait été fait dans la feuille 1 pour le duopole de Bertrand, en introduisant éventuellement un facteur aléatoire. Le profit obtenu après la convergence est il supérieur au profit qu'aurait donné la situation concurrentielle ?**
- **Peut on mettre en évidence une ou des conditions sous lesquelles le profit est**

supérieur au profit de concurrence ?

5. Conclusion

Les modèles présentés ici on un intérêt direct par rapport à la démarche traditionnelle de l'économie. On peut tester une série d'hypothèses sur le comportement ou la configuration de l'interaction sans avoir à se poser la question de leurs représentations mathématiques. Notamment, l'étude d'alternatives à la rationalité totale devient possible. Néanmoins, la plupart des démarches présentées plus haut nécessitent l'utilisation de générateurs aléatoire (la fonction ALEA()).

- **Quelle limite principale peut on objecter au fait d'introduire des processus aléatoire pour constater la convergence ?**
- **Cette limite est elle dépassable avec Excel ?**
- **Quelles autres limites de la démarche peut-on évoquer ?**